

# Stikprøvekontrol af billetter: Hvordan optimeres dette?

En introduktion til fire optimeringsmodeller for stikprøvekontrol af billetter

Artikel til Trafikdage på Aalborg Universitet, August 2008

Af Per Thorlacius, Civilingeniør, Operationsanalytiker, DSB S-tog A/S

## Indholdsfortegnelse

- 1 Indledning
- 2 Optimeringsmodeller for stikprøvekontrol af billetter
  - 2.1 Optimeringsmodel A
    - 2.1.1 Overblik
    - 2.1.2 Inddata
    - 2.1.3 Modellens parametre og variable
    - 2.1.4 Objektfunktion
    - 2.1.5 Modelbetingelser
    - 2.1.6 Uddata
  - 2.2 Optimeringsmodel B
    - 2.2.1 Overblik
    - 2.2.2 Inddata
    - 2.2.3 Uddata
  - 2.3 Optimeringsmodel C
    - 2.3.1 Overblik
    - 2.3.2 Modelleringsprincip
  - 2.4 Optimeringsmodel D
    - 2.4.1 Overblik
    - 2.4.2 Model
    - 2.4.3 Visualisering
    - 2.4.4 Foreløbige resultater
- 3 Diskussion
- 4 Kildefortegnelse

## Indledning

Den københavnske S-bane drives efter princippet egenkontrol: Det er den enkelte passagers eget ansvar at sørge for gyldig billet. For at sikre, at så mange som muligt har gyldig billet, og dermed sikre tilstrækkelige billetindtægter fra driften af S-banen, gennemføres regelmæssig stikprøvekontrol af billetter i tog og på stationer. Stikprøvekontrollen af billetter udføres af revisorerne fra DSB S-togs togrevisorkorps.

Ved optimering af stikprøvekontrol af billetter forstås her at opnå så store indtægter som det er praktisk muligt for det samlede transportsystem. Indtægternes størrelse afhænger af hvornår, hvor, med hvor meget kontrolpersonale og hvordan stikprøvekontrollen udføres.

Til bestemmelse af, hvilken kombination af de nævnte kriterier, der giver de størst mulige samlede indtægter, er DSB S-tog i øjeblikket i gang med at udvikle fire optimeringsmodeller:

- Model A: En taktisk/strategisk planlægningsmodel til bestemmelse af hvornår der skal gennemføres stikprøvekontrol
- Model B: En taktisk disponeringsmodel til bestemmelse af hvor der skal kontrolleres billetter
- Model C: En strategisk model for hvor meget kontrolpersonale det kan svare sig at have ansat
- Model D: En strategisk simuleringsmodel for hvorledes billetkontrollen skal foregå i og omkring toget

Model A er færdigudviklet og taget i brug og hovedvægten i beskrivelsen er på denne. De øvrige modeller behandles overordnet.

# Optimeringsmodeller for stikprøvekontrol af billetter

## Optimeringsmodel A

### Overblik

Sigtet med optimeringsmodel A er at bestemme hvornår der skal gennemføres stikprøvekontrol.

Modellen er formuleret som en *blandet heltalsprogrammeringsmodel* med dertil hørende *variable*, *parametre*, *objektfunktion* og *betingelser*, som den kendes fra litteraturen, se fx [1] og [2].

Modellens *variable*, også kaldet *beslutningsvariable*, repræsenterer de beslutninger modellen tager, dvs. de *variable* modellen anvender til at beslutte noget om. I dette tilfælde angiver beslutningsvariablene hvor mange S-togsrevisorer, der skal møde på arbejde på et bestemt tidspunkt. Modellens *parametre* beskriver de forhold som ligger udenfor modellen, dvs. hvordan omverdenen ser ud. Et eksempel på en parameter kunne fx være revisorernes lønomkostninger. Parametrene udgør således inddata til modellen og variablene uddata fra modellen.

At modellen er en såkaldt *blandet heltalsprogrammeringsmodel* indebærer, at nogle af modellens *variable* og *parametre* antager heltalsværdier medens andre antager reelle værdier. I dette tilfælde er det modellens *beslutningsvariable* der antager heltalsværdier, idet man kun kan have et helt antal S-togsrevisorer på arbejde.

Modellens *objektfunktion* (dvs. det udtryk i modellen, som siger noget om, hvor god en given beslutning er) angiver hvilke indtægter man kan forvente af, at have et bestemt antal S-togsrevisorer til at møde på arbejde til et bestemt tidspunkt.

Videre siger modellens *betingelser* noget om sammenhængen mellem beslutningsvariablene og den virkelige verden, fx at der ikke kan være flere revisorer på arbejde end der er revisorer ansat.

Modellens inddata (*parametre*), *variable*, *objektfunktion*, *betingelser* og uddata gennemgås i detaljer i afsnittene nedenfor.

Model A har visse ligheder til kendte modeller for mandskabsplanlægning, se fx [3].

Den datamæssige platform for modellen udgøres af *open source*-databasen MySQL [4], den modelleringsmæssige platform af softwarepakken General Algebraic Modeling System (GAMS) [5, 6], og den visualiseringsmæssige platform af graftegningspakken GnuPlot [7], der også er *open source*.

### Inddata

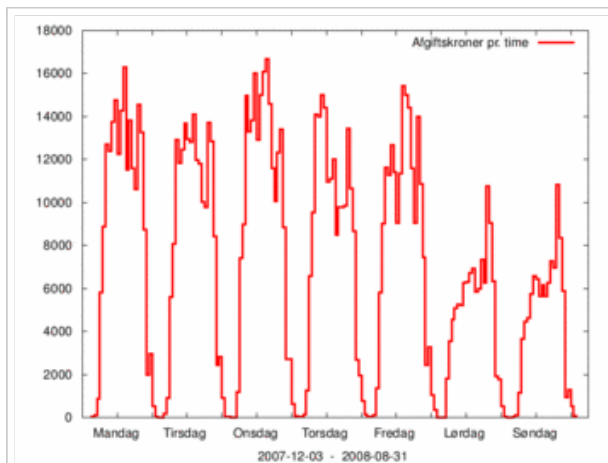
Modelsynopsis	
Optimeringsmål	Hvornår skal der kontrolleres?
Planlægningshorisont	Taktisk/strategisk
Modeltype	Blandet heltalsmodel (MIP)
Udviklingsstatus	Taget i brug

Model A tager udgangspunkt i data om tidligere udskrevne kontrolafgifter (figur 1).

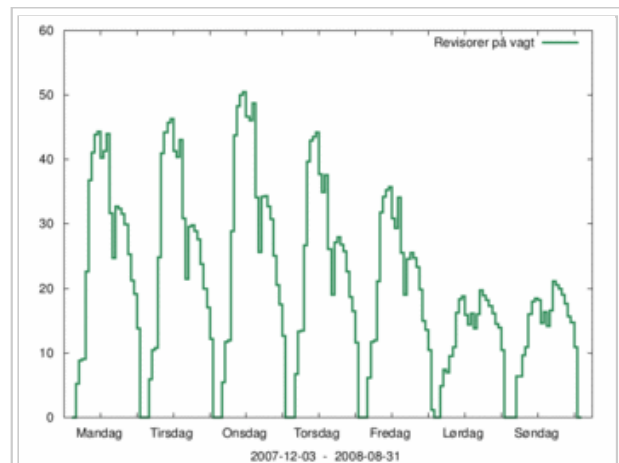
Disse data sammenholdes med data for, hvornår og i hvilket omfang der er gennemført stikprøvekontrol, dvs. hvor mange revisorer, der har arbejdet med billettering fordelt over tid (figur 4). Tallene for hvornår der er gennemført stikprøvekontrol (figur 4) er fremkommet ved at trække tallene fra revisorernes pauser (figur 3) fra tallene for, hvor mange revisorer der er på vagt (figur 2).

Ved at dividere tallene for udskrevne kontrolafgifter (figur 1) med tallene for hvornår der er gennemført stikprøvekontrol (figur 4) fås afgiftsintensiteten (figur 5) opgjort som afgiftskroner pr. time pr. revisor på billettering. Afgiftsintensiteten er et udtryk for, hvor mange afgiftskroner en revisor kan forvente at udskrive pr. time.

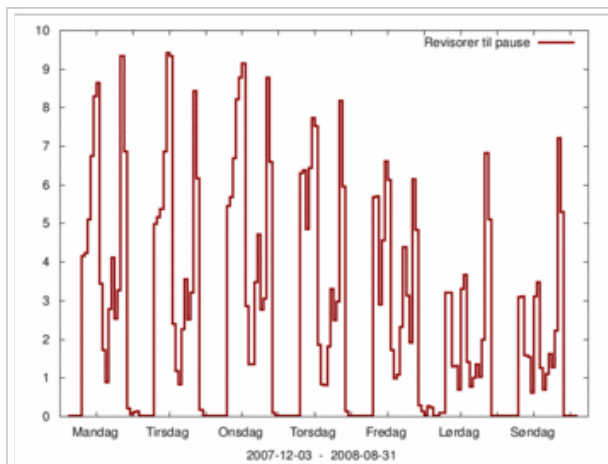
På udgiftssiden anvender modellen data for hvilke omkostninger, der er forbundet med at have en revisor på arbejde på forskellige tidspunkter på døgnet og ugen (figur 6).



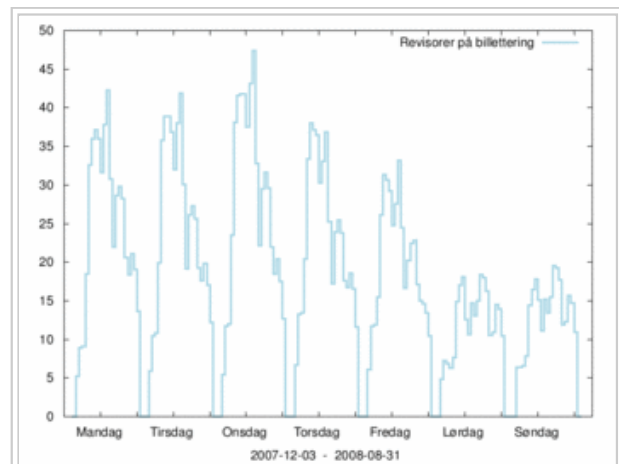
Figur 1: Afgiftskroner pr. time



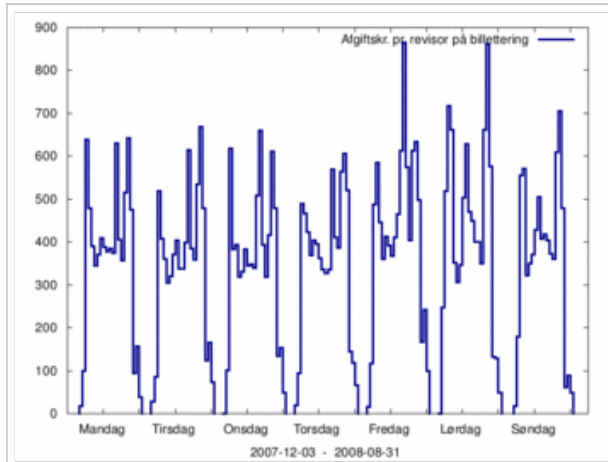
Figur 2: Revisorer på vagt



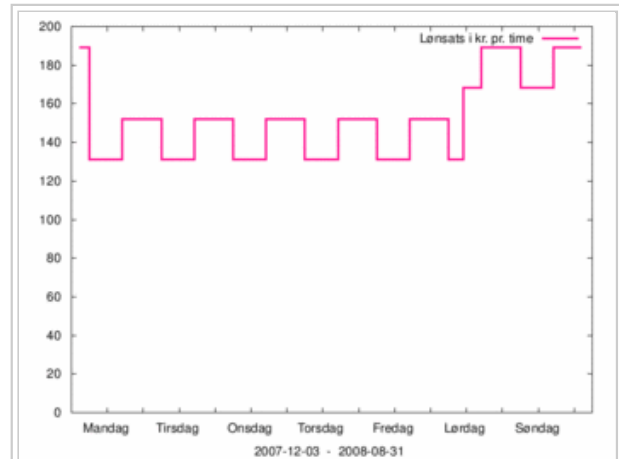
Figur 3: Revisorer til pause, se note 1



Figur 4: Revisorer på billettering, se note 2



Figur 5: Afgiftskroner pr. time pr. revisor på billettering, jf.  $g(t)$  nedenfor



Figur 6: Lønsatser, jf.  $l(t)$  nedenfor

## Noter

1. Der foreligger p.t. ingen data for, præcis hvornår den enkelte revisor holder pause. Tallene for revisorer, der holder pause er derfor p.t. udregnet på baggrund af antagelsen om, at halvdelen af revisorerne holder 1 times pause 3 timer inde i vagten og den øvrige halvdel 4 timer inde i vagten. Ved begrebet *pause* forstås her pause i billetteringen, ikke den overenskomstbestemte pause.
2. Revisorer, der billetterer, er p.t. udregnet som revisorer på vagt fratrukket revisorer der holder pause. Det antages, at øvrige opgaver end billettering er jævnt fordelt over tid, hvorfor der p.t. ikke foretages korrektion for dette.

## Modellens parametre og variable

### Parametre

Modellen er bygget op vha. af følgende parametre (der bestemmes af forhold, der ligger udenfor modellen):

$T$  er mængden af tidsintervaller over døgnet,  $t$  indeks for denne mængde:

$$t \in T = \{0..|T| - 1\}$$

$C$  er mængden af mulige tidsintervaller for tilmelding (dvs. start af vagt),  $c$  indeks for denne mængde:

$$c \in C = \{0..|C| - 1\}$$

Mængden af mulige tidsintervaller for tilmelding er en ægte delmængde af mængden af tidsintervaller over døgnet:

$$C \subset T$$

En *vagtskabelon* beskriver, hvornår i vagten der billetteres og holdes pause. Vagtskabelonen er uafhængig af hvornår vagten påbegyndes.

$V$  er mængden af vagtskabeloner,  $v$  indeks for denne mængde:

$$v \in V = \{0..|V| - 1\}$$

$S$  er mængden af tidsintervaller i den enkelte vagtskabelon,  $s$  indeks for denne mængde:

$$s \in S = \{0..|S| - 1\}$$

$g(t) \in R_0^+$  er afgiftsintensiteten pr. revisor til tiden  $t$ , opgjort som afgiftskroner pr. revisor på billettering. Vagtskabelonernes tidsintervalindeks  $s$  begynder med intervallet for tilmelding  $c$ . Der gælder således følgende sammenhæng til tidsintervalindeks over døgnet  $t$ :

$$g(t) = g(c + s)$$

$a(v, s) \in [0..1]$  er bruttobilletteringsintensiteten i vagtskabelon  $v$  til vagtskabelonens tidsinterval  $s$ . Bruttobilletteringsintensiteten angiver for hvert interval, hvor stor en andel af tiden, der anvendes til billettering (før evt. pauser er trukket fra).

$p(v, s) \in [0..1]$  er pauseintensiteten i vagtskabelon  $v$  til vagtskabelonens tidsinterval  $s$ . Pauseintensiteten angiver for hvert interval, hvor stor en andel af tiden, der anvendes til at holde pause.

$b(v, s) \in [0..1]$  er nettobilletteringsintensiteten i vagtskabelon  $v$  til vagtskabelonens tidsinterval  $s$ . Nettobilletteringsintensiteten angiver for hvert interval, hvor stor en andel af tiden, der anvendes til billettering fratrukket pauser:

$$b(v, s) = a(v, s) - p(v, s)$$

$i(v, c, s) \in R^+$  er indtægterne pr. revisor ved kontrolafgifter i intervallet  $s$  i vagtskabelon  $v$  for revisorer, der tilmelder sig i intervallet  $c$ . Indtægterne opgøres som produktet af afgiftsintensiteten pr. revisor (hvor mange afgiftskroner kan vi få ind pr. billetterende revisor) og billetteringsintensiteten (hvor stor en andel af intervallet revisoren anvender til billettering):

$$i(v, c, s) = g(c + s) \cdot b(v, s)$$

$l(t) \in R^+$  er lønsatsen pr. revisor i tidsintervallet  $t$ . Lønsatsen udgøres af en grundløn med tillæg for tidlige og sene arbejdstider, samt arbejde i weekenden.

$u(v, c, s) \in R^+$  er lønudgifterne pr. revisor i tidsintervallet  $s$  når der foretages tilmelding i interval  $c$  med vagtskabelon  $v$ . Lønudgifterne bestemmes ved variabelsubstitution i fht. tidsintervalindeks over døgnet  $t$  som:

$$u(v, c, s) = l(c + s)$$

$m \in R^+$  er mødetillægget pr. tjeneste som revisoren får udbetalt med lønnen.

### Variable

Modellen anvender følgende variable:

$x(v, c) \in N_0$  der angiver antallet revisorer med vagtskabelon  $v$  der skal tilmelde sig til tiden  $c$ .

### Objektfunktion

Modellens objektfunktion er:

$$z = \sum_{v \in V} \sum_{c \in C} x(v, c) \left( \sum_{s \in S} (i(v, c, s) - u(v, c, s)) - m \right)$$

Objektfunktionen er således et udtryk for summen af indtægter  $i(v, c, s)$  fraregnet udgifter  $u(v, c, s)$  og fraregnet mødetillæg  $m$  for alle revisorer  $x$  over alle mulige kombinationer af vagtskabeloner  $V$ , tilmeldingsintervaller  $C$  og tidsintervaller  $S$ . Objektfunktionen maksimeres i optimeringen.

## Modelbetingelser

Nedenfor er listet de syv betingelser som modellen kan tage højde for:

1. Antal samtidige revisorer til rådighed
2. Antal revisortimer til rådighed (pr. uge)
3. Antal revisortjenester til rådighed (pr. uge)
4. Mindestebemanding udtrykt i forhold til samtidige revisorer på vagt
5. Størstebemanding analogt til mindestebemanding ovenfor
6. Antal revisorer der holder pause samtidig
7. Antal revisorer der tilmelder sig (dvs. starter deres vagt) samtidig

Betingelse 4 til 7 kan differentieres over tid således, at der til en given tid kan defineres en given mindestebemanding, størstebemanding eller øvre grænse for antal revisorer, der holder pause eller tilmelder sig samtidig.

Modelbetingelserne formuleres matematisk som følger:

1.  $\forall t \in T : \sum_{v \in V} \sum_{c \in C} x(v, c) \cdot \rho(v, c, t) \leq r$
2.  $\sum_{v \in V} \sum_{c \in C} x(v, c) \cdot a(v, c) \leq n$
3.  $\sum_{v \in V} \sum_{c \in C} x(v, c) \leq d$
4.  $\forall t \in T : \sum_{v \in V} \sum_{c \in C} x(v, c) \cdot \rho(v, c, t) \geq r_{min}(t)$
5.  $\forall t \in T : \sum_{v \in V} \sum_{c \in C} x(v, c) \cdot \rho(v, c, t) \leq r_{max}(t)$
6.  $\forall t \in T : \sum_{v \in V} \sum_{c \in C} x(v, c) \cdot p(v, t - c) \leq p_{max}(t)$
7.  $\forall t \in T : \sum_{v \in V} \sum_{c \in C} x(v, c) \leq x_{max}(t)$

hvor

$r \in N$  er størrelsen af kontrolkorpset, dvs. maximalt antal revisorer til rådighed samtidigt.

$n \in N$  er størrelsen af den tilgængelige revisortid, dvs. antal revisortimer pr. uge.

$d \in N$  er antallet af tilgængelige revisortjenester pr. uge.

$\rho \in [0, 1]$  er en hjælpefunktion der antager værdien 1 hvis et tidsinterval  $t$  falder indenfor vagtskabelonen  $v$ , med tilhørende varighed  $|S_v|$ , når der tilmeldes i intervallet  $c$ , og 0 ellers:

$$\rho(v, c, t) = \begin{cases} 1 & \text{hvis } t \in [c; c + |S_v| - 1] \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$r_{min}(t) \in N$  er den ønskede minimumsbemanding til tiden  $t$ .

$r_{max}(t) \in N$  er den ønskede maximumsbemanding til tiden  $t$ .

$p(v, t - c) = p(v, s)$  er pauseintensiteten til tidspunktet  $s$  i vagtskabelon  $v$  (som defineret ovenfor, udtrykt ved anvendelse af variablesubstitution ligeledes som beskrevet ovenfor).

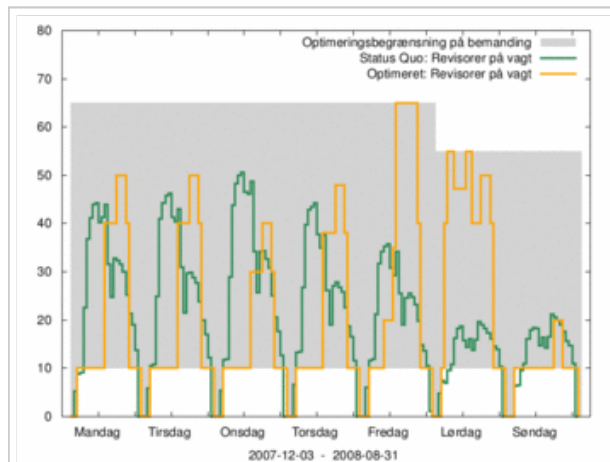
$p_{max}(t) \in N$  er det ønskede maximum for antallet af revisorer til samtidig pause til tiden  $t$ .

$x_{max}(t) \in N$  er det ønskede maximum for antallet af tilmeldinger til tiden  $t$ .

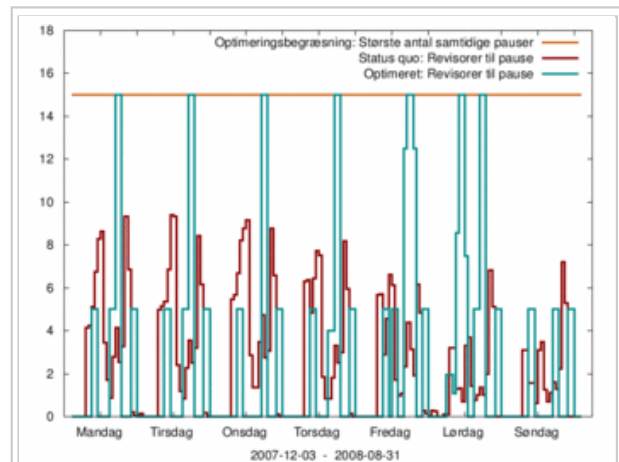
## Uddata

Modellens uddata er en såkaldt optimeringsrapport indeholdende tabeldata og grafer for den beregnede, optimale bemandingsplan og en opgørelse over forventede indtægter og udgifter.

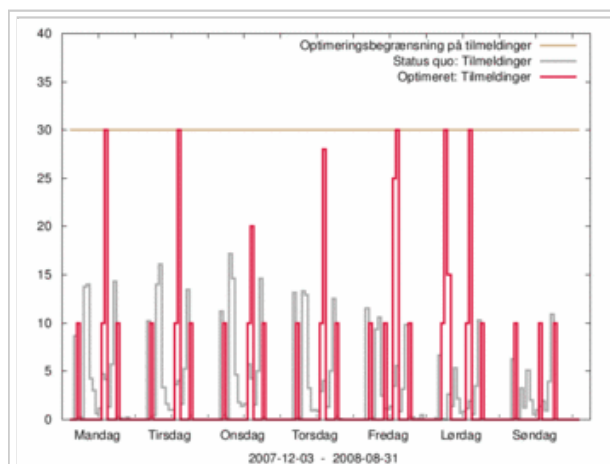
Modellens beregninger håndteres i scenarier, dvs. i sæt af variable, parametre og modelbetingelser. Et scenario kunne fx være med den betingelse, at der hver dag fra kl. 04 til kl. 02 skal være mindst 15 revisorer på arbejde. Et andet scenario kunne være som nedenstående, illustreret ved figur 7 til 10, der viser eksempler på modellens uddata i grafform.



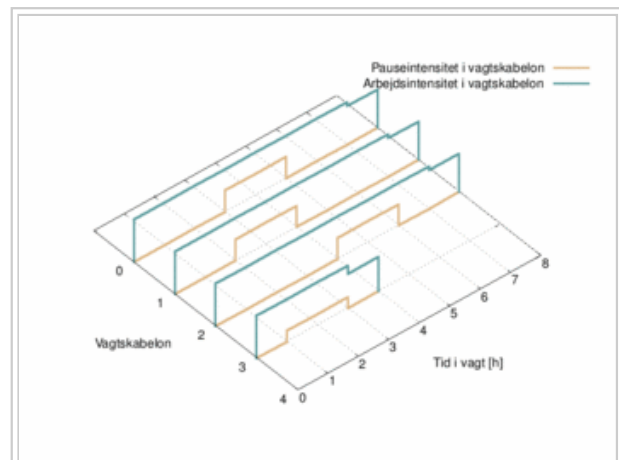
Figur 7: Eksisterende og optimeret bemandingsplan beregnet med modellen



Figur 8: Opgørelse over revisorerens pausemønster før og efter optimering



Figur 9: Opgørelse over revisorerens tilmeldingsmønster før og efter optimering



Figur 10: Visualisering af vagtskabeloner anvendt i optimeringen: Tre fuldtidsvægter med hhv. pausen i midten, mod starten og mod slutningen af vagten, og en deltidsvagt uden pause

I dette scenario må der maksimalt må være 65 revisorer på arbejde af gangen i hverdagen og 55 i weekenden (jf. gråt område, figur 7). Videre skal der mindst være 10 revisorer på arbejde fra kl. 04 til kl. 02 (igen jf. gråt område, figur 7). Der må ikke tilmelde sig mere end 30 revisorer samtidigt (brun kurve, figur 9), og der må maksimalt være 15 revisorer til pause samtidigt (orange kurve, figur 8). Det

viste scenario tillader ligeledes, at revisorernes pause lægges til et forskelligt tidspunkt efter tilmeldingen, samt at nogle af revisorerne arbejder deltid (figur 10).

Det ses af figur 7, at modellen i det givne scenario optimerer ved at lægge flere tjenester (gul kurve) i morgen- og eftermiddagsmyldretiden, samt tillige i aftentimerne i forhold til, hvorledes bemanningen er i dag (grøn kurve).

Modellen kan p.t. gennemføre en beregning af et scenario på under 2 sekunder.

## Optimeringsmodel B

### Overblik

Model B tjener til bestemmelse af, hvor der skal gennemføres stikprøvekontrol. Modellen er en geografisk orienteret, statistisk realtids-model, der viser den forventede intensitet af passagerer uden billet, fx for de næste to timer. Modellen tænkes anvendt i disponeringsmæssig sammenhæng, således at kontrolpersonalet kan dirigeres derhen, hvor den største afgiftsintensitet pr. revisor forventes.

Modelsynopsis	
Optimeringsmål	Hvor skal der kontrolleres?
Planlægningshorisont	Taktisk
Modeltype	Statistisk, realtid
Udviklingsstatus	Under udvikling

### Inddata

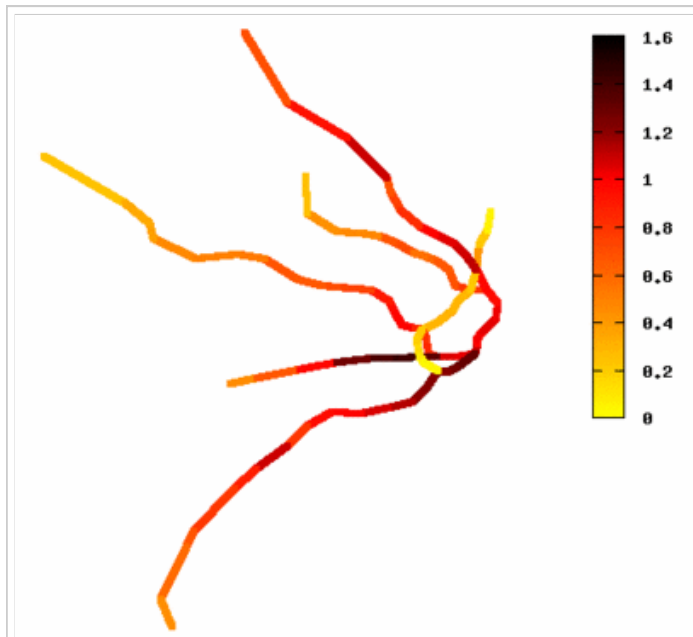
Til modellen skal anvendes nøjagtige, geografiske data om, hvor og hvornår der har fundet kontrol sted, og hvor og hvornår der er blevet udskrevet kontrolafgifter. Sidstnævnte data foreligger i dag, men datamaterialet for hvor og hvornår der har fundet kontrol sted er p.t. mangelfuldt. Dette skyldes, at GPS-modtageren i kontrolpersonalets eksisterende Tetra-radioer (figur 12) ikke er følsom nok. Nye radioer (figur 13) med mere følsom GPS-modtager er under indførelse. Når et tilstrækkeligt datamateriale er tilvejebragt med de nye Tetra-radioer, kan modellen kalibreres og tages i anvendelse.

Model B opbygges på samme dataplatform som model A.

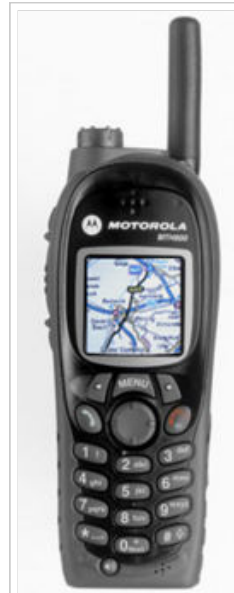
### Uddata

Grafen i figur 11 er et eksempel på, hvorledes output fra modellen tænkes udformet. Grafen viser den forventede andel af passagerer uden billet i % for et givet tidsrum.

Det er tanken, at model B skal visualisere modellens resultater i realtid på kontrolpersonalets nye Tetra-radioer (figur 13).



Figur 11: Forventet andel af gratister i % for de næste to timer



Figur 12: Kontrolpersonalets gamle Tetra-radio



Figur 13: Kontrolpersonalets nye Tetra-radio

## Optimeringsmodel C

### Overblik

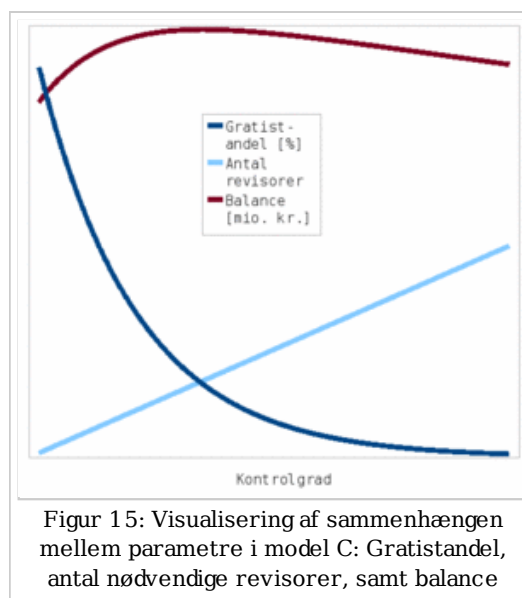
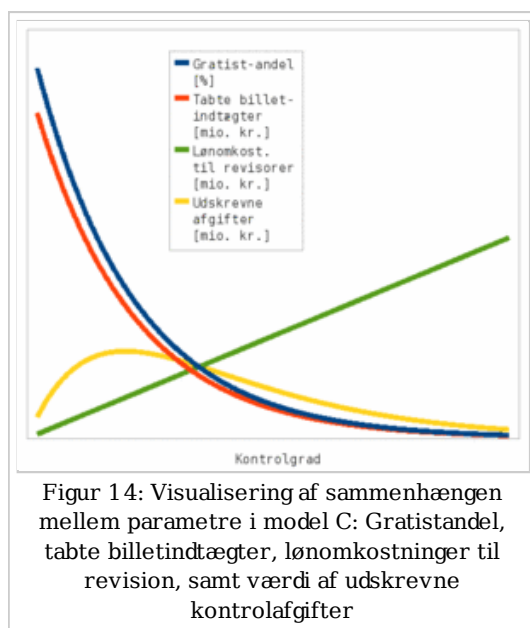
Model C tjener til bestemmelse af, hvor mange revisorer det kan svare sig at have ansat. Modellen er en statistisk orienteret beslutningsstøttemodel til at beregne forventede indtægter og udgifter i forbindelse med stikprøvekontrollen og dermed den optimale størrelse af kontrolkorpset.

### Modelleringsprincip

Modellen tager udgangspunkt i sammenhængen mellem kontrolgraden og andelen af passagerer uden billet, analogt til [8] og til dels også [9]. Ved kontrolgraden forstås andelen af alle passagerer, der bliver kontrolleret af togrevisorkorpset. På baggrund af sammenhængen mellem kontrolgraden og andelen af passagerer uden billet (gratistandelen) beregnes indtægter og udgifter som vist på nedenstående figurer 14 og 15. Idet modellen endnu ikke er kalibreret, er figurerne vist uden skalærangivelse.

#### Modelsynopsis

Optimeringsmål	Hvor stort skal kontrolkorpset være?
Planlægningshorisont	Strategisk
Modeltype	Statistisk
Udviklingsstatus	Under udvikling



På figur 14 vises gratistandelen (mørkeblå) som funktion af kontrolgraden. Gratistandelen antages omvendt proportional eller eksponentielt aftagende med kontrolgraden. Kalibreringen af modellen vil vise, hvilken kurveform der passer bedst til de faktiske forhold. De tabte billetindtægter er proportionale til andelen af gratister, hvorfor kurven for de tabte billetindtægter (rød) vil have samme form som kurven for gratistandelen (mørkeblå). Lønømkostningerne (grønne) til revisionen stiger lineært med kontrolgraden. Værdien af de udskrevne kontrolafgifter (gul) stiger først med stigende kontrolgrad for dernæst at aftage. Dette forklares med, at der til lave værdier for kontrolgraden er mange gratister for hver revisor, medens der for højere værdier af kontrolgraden er færre gratister for hver revisor.

Figur 15 viser foruden gratistandelen (mørkeblå) også antallet af nødvendige revisorer til en given kontrolgrad (lyseblå). Denne er tillige proportional med kontrolgraden. Kurven for balance (bordeaux) er opgjort som indtægter fraregnet udgifter, dvs. summen af indtægterne fra salg af billetter og udstedelse af kontrolafgifter fratrukket udgifterne til billetkontrol og tabte billetindtægter begrundet i gratistandelen.

Det økonomiske optimum skal således findes på kurven for balance (bordeaux). Til dette optimum hører en given kontrolgrad og af kontrolgraden følger det optimale antal ansatte s-togsrevisorer.

## Optimeringsmodel D

### Overblik

Model D tjener til bestemmelse af, hvordan stikprøvekontrollen skal gennemføres i og omkring toget. Formålet med løsningsmodellen er at undersøge forskellige fysiske måder at kontrollere toget på mhp. at beregne, hvor stor en andel af gratisterne vi kan regne med at tage. Grundidéen er at kontrollere toget på en sådan måde, at gratisterne ikke kan undslippe. Formålet er også at udvide repertoire af kontrolmuligheder, bla. mhp. at tage flere af de såkaldte bevidste gratister.

Modelsynopsis	
Optimeringsmål	Hvordan skal kontrollen foretages i toget?
Planlægningshorisont	Strategisk
Modeltype	Agentbaseret simulering på

## Model

Model D tager udgangspunkt i en analytisk undersøgelse af billetteringsprocessen. På baggrund heraf tænkes der udført agentbaserede simuleringer [10] i Java [11], dette vha. simuleringspakken Repast [12], der er *open source*.

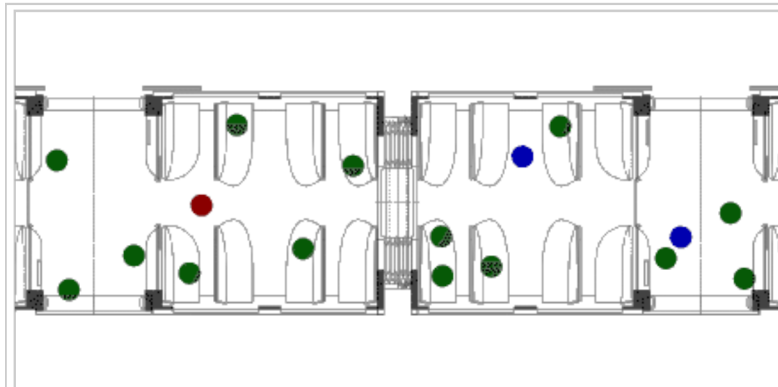
	baggrund af analytisk model
Udviklingsstatus	I idéfase

## Visualisering

Modellen anvender animering til visualisering af resultaterne af simuleringen. Nedenstående figur 17 viser et stillbillede af en animeret visualisering af en kontrol med to revisorer (blå), der bevæger sig parallelt blandt betalende passagerer (grønne). Gratisten (rød) opdager revisorerne og slipper væk.

En tilsvarende animation viser en kontrol med to revisorer, der bevæger sig mod hinanden. Gratisten opdager revisorerne, men kan ikke slippe væk.

De viste animationer er fremstillet vha. værktøjet Synfig [13], der er *open source*.



Figur 17: Stillbillede fra den animerede visualisering i model D

## Foreløbige resultater

Animationen (jf. figur 17) er blevet vist for udvalgte S-togsrevisorer og deres ledere. Bla. som følge heraf, er der nu en langt større bevidsthed i kontrolkorpset omkring hvorledes kontrollen skal udformes i og omkring toget. Der er således tale om, at model D har haft synlig, positiv effekt i organisationen allerede inden egentlige modelberegninger har fundet sted.

## Diskussion

Resultaterne af arbejdet indtil nu viser et stort optimeringspotentiale indenfor stikprøvekontrollen af billetter hos DSB S-tog.

Den største udfordring i forbindelse med opstillingen af optimeringsmodellerne udgøres i dag af det til dels mangelfulde datagrundlag. Der er mange tiltag i gang for at forbedre datagrundlaget for hele virksomheden DSB S-tog. Der arbejdes bla. på et elektronisk system til nøjagtigt at registrere, hvornår den enkelte revisor udfører billetkontrollen. Dette system skal også lette revisorerne daglige rapportering, hvorfor en højere datakvalitet og bedre dækning forventes.

Datagrundlaget for optimeringsmodellerne vil få endnu et løft, når rejsekortet tages i brug (se <http://www.rejsekort.dk>). Til denne tid vil der være detaljerede oplysninger om, hvornår den enkelte billet er blevet kontrolleret. Dette vil kunne forbedre nøjagtigheden af modellerne betydeligt.

En anden stor udfordring i forhold til anvendelsen af optimeringsmodellerne udgøres af samspillet mellem teknik og mennesker. Det er af afgørende vigtighed, at de løsninger, som optimeringsmodellerne producerer, også er gennemførlige i virkelighedens verden, endsige, at de implicerede parter betragter dem som ønskelige. Der er under udviklingen af modellerne derfor lagt stor vægt på en tæt dialog mellem medarbejdere, analytikere og ledelse.

Ved anvendelsen af de nævnte optimeringsmodeller for stikprøvekontrol af billetter sikrer DSB S-tog, at virksomheden er indtægtsgivende og dermed fortsat kan være en velfungerende arbejdsplads for sine ansatte og fortsat kan tilbyde byen København effektiv, kollektiv transport.

## Kildefortegnelse

1. Wolsey, Laurence A.: "Integer Programming", Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, ISBN 0-471-28366-5, New York, 1998
  2. Taha, Hamdy A.: "Operations Research", Prentice-Hall, ISBN 0-13-032374-8, New Jersey, 2003
  3. Folkmann, Michael; Jespersen, Julie; Nielsen, Morten: "Estimates on Rolling Stock and Crew in DSB S-tog Based on Timetables", DSB S-tog, Produktionsplanlægning, Kalvebod Brygge 32, 1560 København V; i: Lecture Notes in Computer Science, Springer, ISSN 0302-9743 (Print) 1611-3349 (Online), Berlin, 2004
  4. MySQL: Se <http://www.mysql.com>
  5. GAMS: Se <http://www.gams.com>
  6. McCarl, Bruce A.: "GAMS User Guide", Version 22.7, Texas A&M University, College Station, Texas, 2007
  7. GnuPlot: Se <http://www.gnuplot.info>
  8. Verband Deutscher Verkehrsunternehmen: "Maßnahmen zur Einnahmensicherung, Teil II: Kennzahlen der Fahrausweisprüfung und optimaler Kontrollgrad", VDV Mitteilung Nr. 9708, Köln, 2001
  9. Schuler, Patrick: "Schwarzfahren: Eine ökonomische Betrachtung", Lehrstuhl für Industrieökonomik, Sozialökonomisches Institut, Universität Zürich, Zürich 2006
  10. Wikipedia: Se [http://en.wikipedia.org/wiki/Agent-based\\_model](http://en.wikipedia.org/wiki/Agent-based_model)
  11. Java: Se <http://java.sun.com>
  12. Repast: Se <http://repast.sourceforge.net>
  13. Synfig: Se <http://www.synfig.org>
-